

Digitale Filter

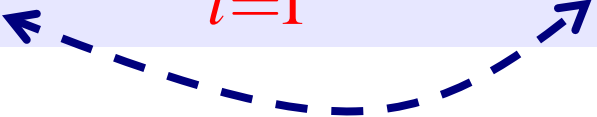
Vorteile digitaler Filter

- DF haben Eigenschaften, die mit analogen Filtern nicht realisiert werden können (z.B. lineare Phase).
- DF sind unabhängig von der Betriebsumgebung (z.B. Temperatur) und müssen daher nicht kalibriert werden.
- Der Frequenzgang kann automatisch angepasst werden, z.B. adaptive Filter.
- Eingangssignale können multiplexed werden, nur eine Hardware-Einheit erforderlich.
- DF können in VLSI-Technologie (leicht) implementiert werden.
- Die Genauigkeit hängt nur von der Wortlänge ab, bei analogen Filtern nur 60 – 70 dB Sperrunterdrückung erreichbar.
- DF können »kopiert« werden.
- DF können auch bei sehr niedrigen Frequenzen eingesetzt werden.

Nachteile digitaler Filter

- Begrenzte Verarbeitungsgeschwindigkeit
A/D- und D/A-Wandlung, Abtastfrequenz
- Negative Effekte durch endliche Wordlänge, Rauschen, Rundungsfehler, Stabilitätsprobleme
- Lange Entwurfs- und Entwicklungszeiten

FIR- und IIR-Filter

$$y[n] = \sum_{l=1}^N a_l y[n-l] + \sum_{k=0}^M b_k x[n-k]$$


Output ist f(Output)

Feed-back

All-pole Filter

FIR: Output ist f(Input)

Feed-forward

All-zero Filter

FIR- ↔ IIR-Filter

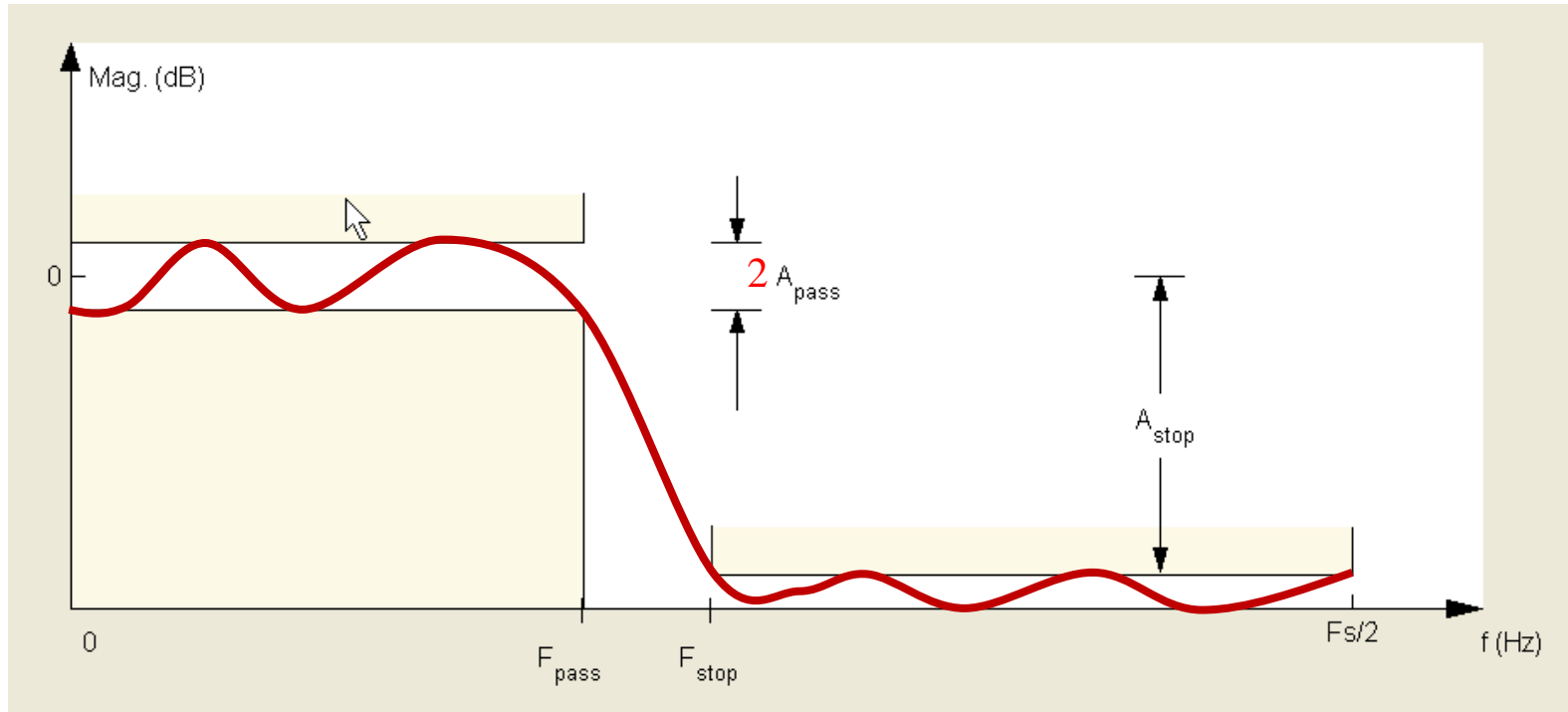
- FIR-Filter können lineare Phase haben,
→ keine Phasenverzerrung.
Die Phase von IIR-Filtern ist nichtlinear, besonders an den Bandgrenzen.
- FIR-Filter sind immer stabil, Stabilität für IIR-Filter ist nicht garantiert.
- Die Rundungsfehler bei begrenzter Wordlänge sind bei FIR-Filtern geringer als bei IIR-Filtern.
- FIR-Filter sind bei gleicher Ordnung weniger selektiv als IIR-Filter.
- IIR-Filter können aus analogen Filtern abgeleitet werden und besitzen daher vergleichbare Spezifikationen.
FIR-Filter haben keine analogen »Brüder«.
Das Synthetisieren von Filtern mit beliebigem Frequenzgang ist bei FIR-Filtern einfacher.
- FIR-Filter sind algebraisch schwerer zu berechnen
→ CAD-Unterstützung erforderlich.

- IIR-Filter, wenn hohe Flankensteilheit und geringe Laufzeiten unerlässlich sind.
- FIR-Filter, wenn die Zahl der Filterkoeffizienten nicht zu groß und lineare Phase erforderlich.

Filterentwurf

- Spezifikation des Filters
- Berechnung der Filterkoeffizienten
- Realisierung des Filters durch eine geeignete Struktur
- Analyse der Effekte die sich durch die endliche Wordlänge ergeben
- Implementierung des Filters in Software oder Hardware

Spezifikation (Toleranzschema im Frequenzbereich)



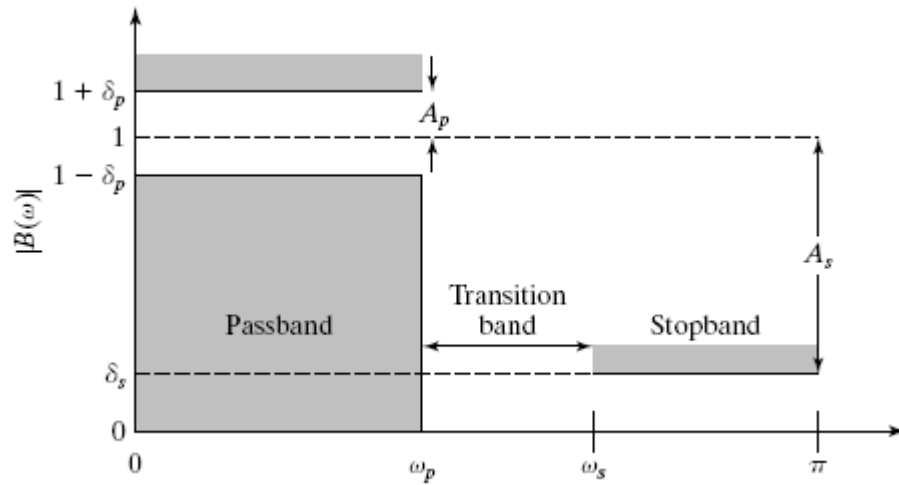
A_{pass} Welligkeit im Durchlassbereich (i.d.R. in dB)

A_{stop} Sperrdämpfung (i.d.R. in dB)

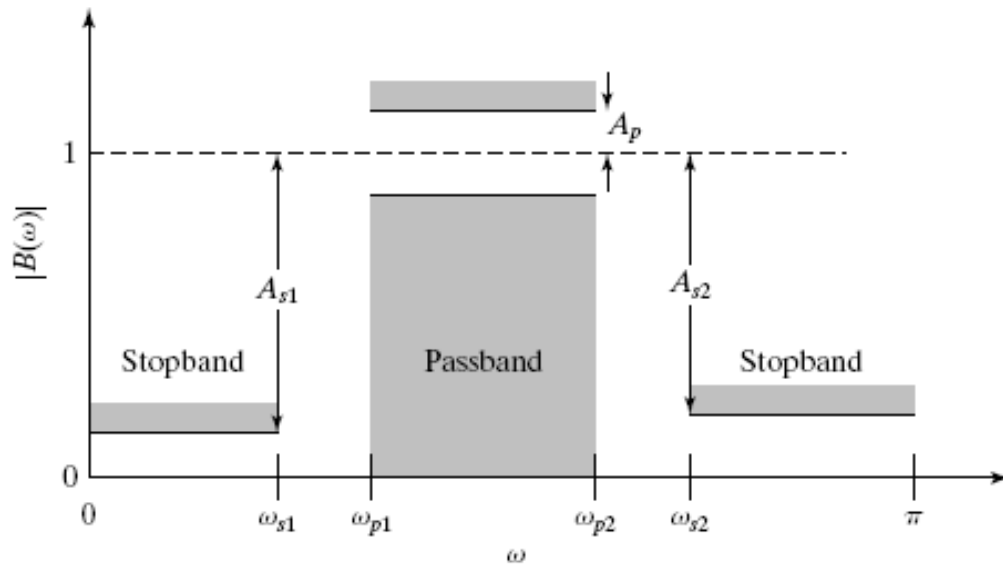
F_{pass} Grenzfrequenz in Durchlassbereich

F_{stop} Grenzfrequenz im Speerbereich

Normalisiert (0 – 1)
oder in Hz



Tiefpass
(Hochpass)



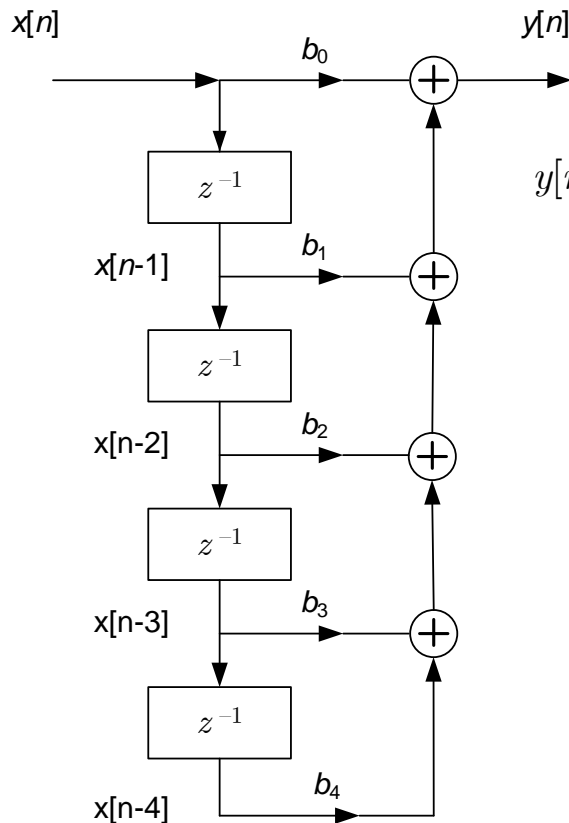
Bandpass
(Bandsperre)

Berechnung der Filterkoeffizienten

- **IIR-Koeffizienten** aus analogen Filtern
 - durch bilineare Transformation (s - \rightarrow z -Bereich)
 - Impulsantwort DF wie bei analogen Filtern
- IIR-Koeffizienten durch Platzieren von Polen und Nullstellen
- **FIR-Koeffizienten** mit Hilfe der
 - Fenstertechnik
 - durch Abtasten des gewünschten Frequenzgangs
 - durch Optimierungsverfahren

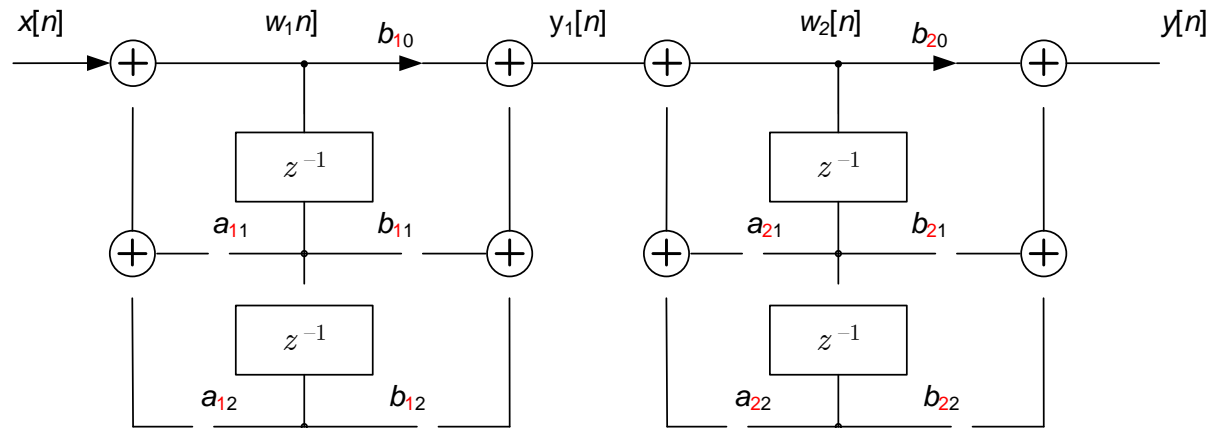
Filterstruktur

FIR direkte Form



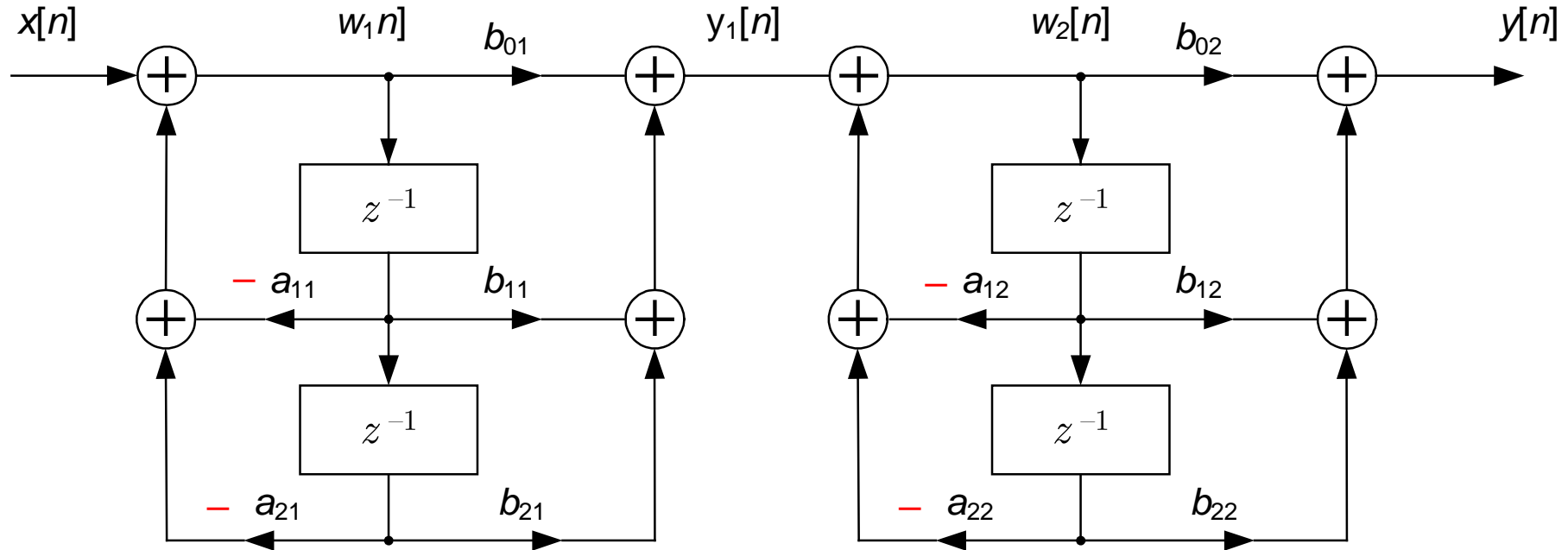
$$y[n] = \sum_{k=0}^4 b_k x[n-k]$$

IIR kaskadiert



$$H(z) = G \prod_{m=1}^2 \frac{b_{m0} + b_{m1}z^{-1} + b_{m2}z^{-2}}{1 - a_{m1}z^{-1} - a_{m2}z^{-2}}$$

Achtung auf Vorzeichen



$$H(z) = G \prod_{m=1}^2 \frac{b_{0m} + b_{1m}z^{-1} + b_{2m}z^{-2}}{1 \underset{+}{-} a_{1m}z^{-1} \underset{+}{-} a_{2m}z^{-2}}$$

Degradation durch endliche Wortlänge

- **Quantisierung des Eingangssignals** führt zu Rauschen des Eingangssignals (AD-Auflösung)
- **Quantisierung der Filterkoeffizienten** führt zur Abweichung vom gewünschten Frequenzgang; bis zur Instabilität bei IIR-Filtern
- **Arithmetische Rundungsfehler** führen zu Rundungsrauschen; bis zur Instabilität bei IIR-Filtern
- **Überlauf** führt zu falschen Ausgangswerten; bis zur Instabilität bei IIR-Filtern

Implementierung

- Koeffizientenspeicher (ROM, RAM)
 - Speicherung der Eingangs- und Ausgangsfolge (RAM)
 - Multiplizierer
 - Addierer
- } Multiply-Accumulate

- ❖ Standardprozessor
- ❖ Signalprozessor
- ❖ Dedizierte Hardware