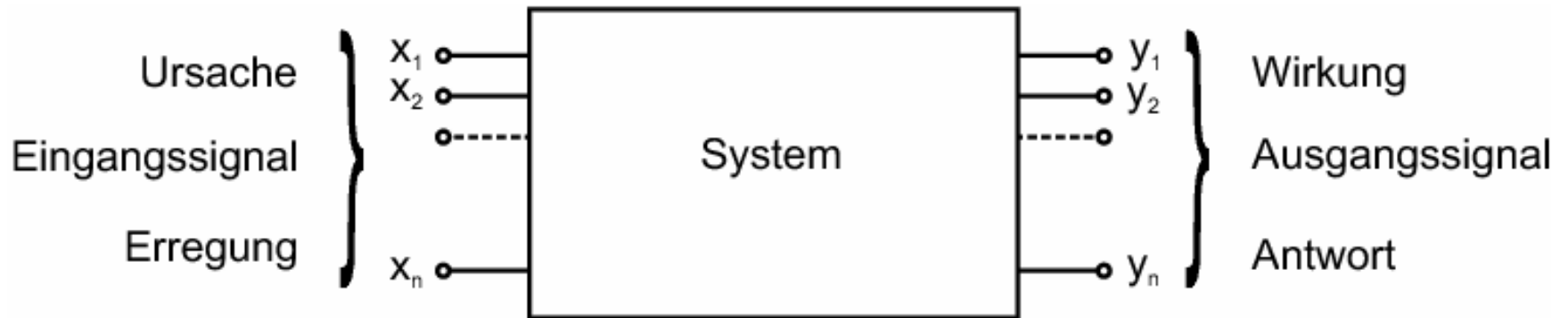


Systeme

Blockdiagramm



$$\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_m \end{pmatrix} = \mathbf{A} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}$$

Aufgabenstellungen

- Bekannt: System und Eingang
Gesucht: Ausgang → **Systemanalyse**
- Bekannt: Eingang und Ausgang
Gesucht: System → **Systemsynthese**
- Bekannt: System und Ausgang
Gesucht: Eingang → Messtechnik

Einteilung von Systemen

- Lineare und nichtlinear
- Zeitunabhängig und zeitabhängig
- Dynamisch und nichtdynamisch
- Kausal und nichtkausal
- Konzentrierte und verteilte Parametern
- Zeitkontinuierlich und zeitdiskret
- Analog, digital oder hybrid
- Stabil und nichtstabil

Linearität (1)

homogen

Ursache \rightarrow Wirkung

$k \cdot$ Ursache $\rightarrow k \cdot$ Wirkung

additiv

Ursache1 \rightarrow Wirkung1

Ursache2 \rightarrow Wirkung2

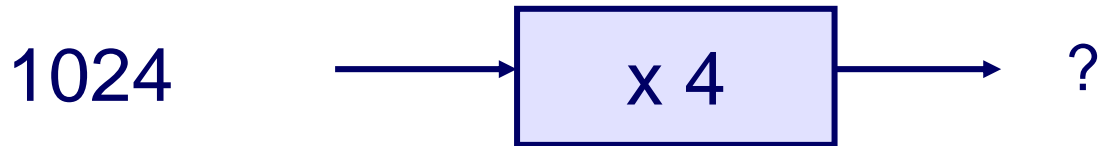
Ursache1+Ursache2 \rightarrow Wirkung1+Wirkung2

Überlagerungssatz

$k_1 \cdot$ Ursache1 + $k_2 \cdot$ Ursache2 $\rightarrow k_1 \cdot$ Wirkung1 + $k_2 \cdot$ Wirkung2

Keine Wechselwirkungen zwischen den Ursachen.

Überlagerungssatz beim Kopfrechnen



1000	→	x 4	4000
20	→	x 4	80
4	→	x 4	16

4096

Linearität (2)

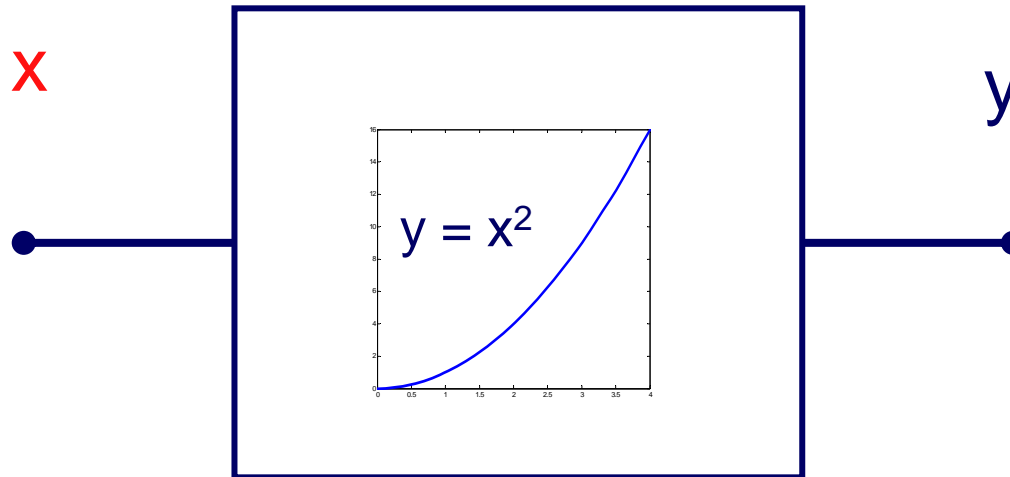
„Komplizierte“ Eingangssignale aus einfacheren Aufbausignalen zusammengesetzt

Für diese einfacheren Aufbausignale wird das Ausgangssignal des Systems ermittelt

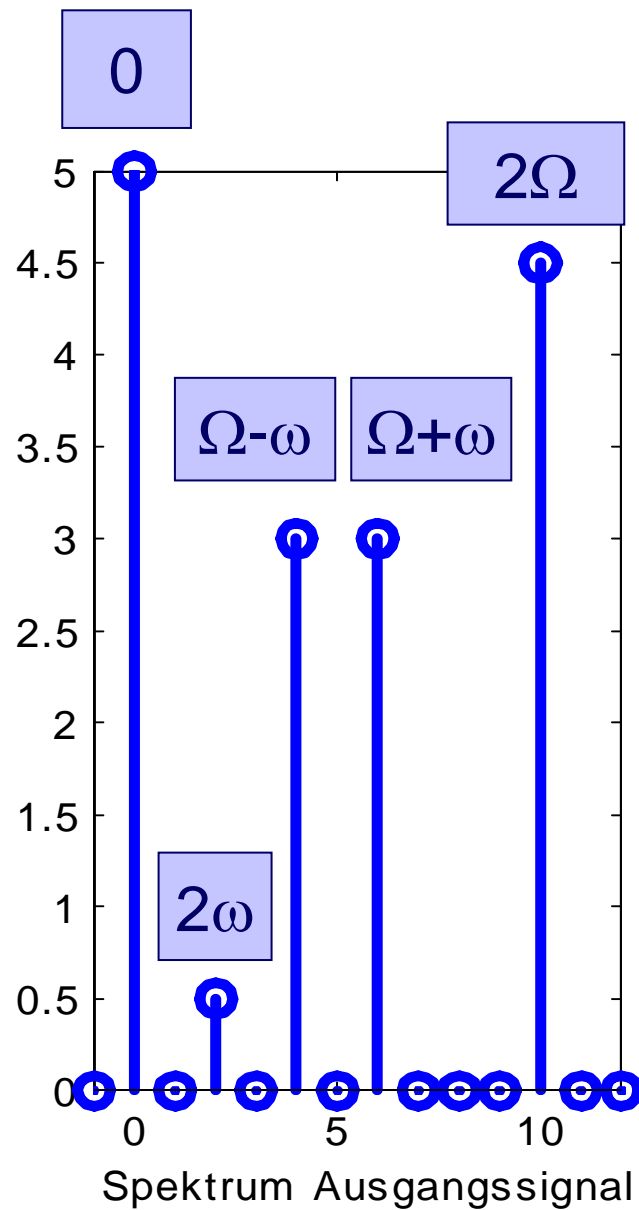
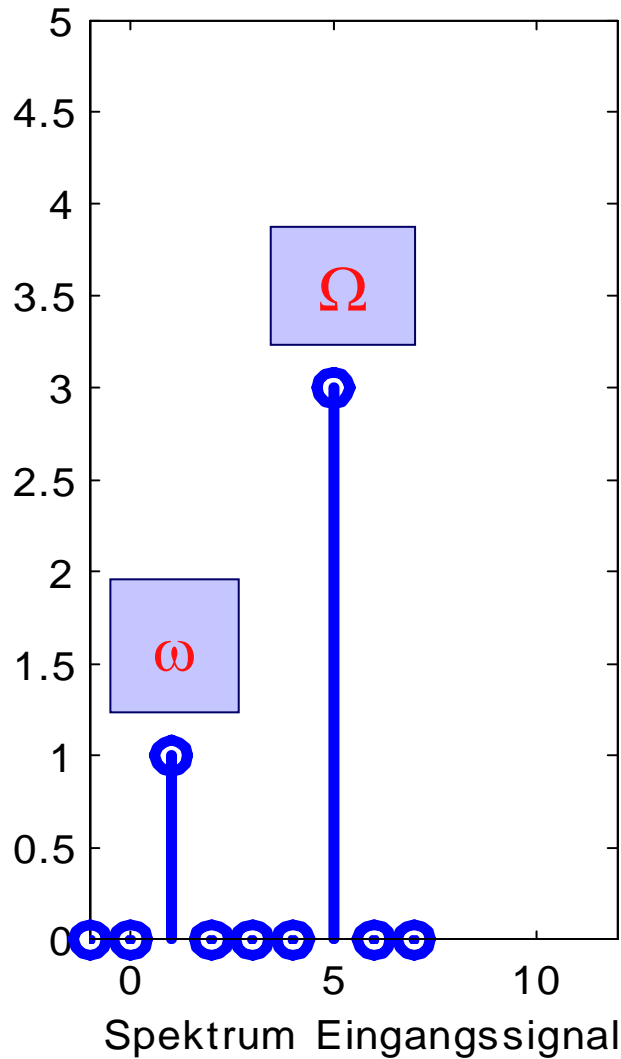
Die Summe aller Ausgangssignale der Komponenten liefert das Ausgangssignal des "komplizierten" Eingangssignals.

Wichtige Aufbausignale:
Sinusfunktion und Impulsfunktion

Nichtlinearität (1)



$$\begin{aligned}
 & [A \cos(\omega t) + B \cos(\Omega t)]^2 = \\
 & = A^2 \cos^2(\omega t) + 2A \cos(\omega t) B \cos(\Omega t) + B^2 \cos^2(\Omega t) = \\
 & = \frac{A^2}{2} [1 + \cos(2\omega t)] + 2AB \underbrace{\cos(\omega t) \cos(\Omega t)}_{\cos(\Omega t) \cos(\omega t) = \frac{1}{2} [\cos(\Omega - \omega)t + \cos(\Omega + \omega)t]} + \frac{B^2}{2} [1 + \cos(2\Omega t)]
 \end{aligned}$$



$$[A \cos(\omega t)]^2 + [B \cos(\Omega t)]^2 \neq [A \cos(\omega t) + B \cos(\Omega t)]^2$$

$$(\cos \omega t + 3 \cos \Omega t)^2 = \left(\underbrace{\frac{1}{2} e^{j\omega t} + \frac{1}{2} e^{-j\omega t}}_A + \underbrace{\frac{3}{2} e^{j\Omega t} + \frac{3}{2} e^{-j\Omega t}}_B \right)^2 =$$

$$\underbrace{\left(\frac{1}{2} e^{j\omega t} + \frac{1}{2} e^{-j\omega t} \right)^2}_{A^2} + \underbrace{2 \left(\frac{1}{2} e^{j\omega t} + \frac{1}{2} e^{-j\omega t} \right) \left(\frac{3}{2} e^{j\Omega t} + \frac{3}{2} e^{-j\Omega t} \right)}_{2AB} + \underbrace{\left(\frac{3}{2} e^{j\Omega t} + \frac{3}{2} e^{-j\Omega t} \right)^2}_{B^2}$$

$$\rightarrow 2 \left(\frac{1}{2} \right)^2 + \underbrace{\left(\frac{1}{2} \right)^2 e^{j2\omega t} + \left(\frac{1}{2} \right)^2 e^{-j2\omega t}}_{2 \cos 2\omega t} = 2 \left(\frac{1}{2} \right)^2 + \frac{1}{2} \cos 2\omega t$$

$$\rightarrow 2 \left[\underbrace{\frac{1}{2} \frac{3}{2} e^{j(\Omega+\omega)t} + \frac{1}{2} \frac{3}{2} e^{-j(\Omega+\omega)t}}_{\frac{1}{2} \frac{3}{2} 2 \cos(\Omega+\omega)t} + \underbrace{\frac{1}{2} \frac{3}{2} e^{j(\Omega-\omega)t} + \frac{1}{2} \frac{3}{2} e^{-j(\Omega-\omega)t}}_{\frac{1}{2} \frac{3}{2} 2 \cos(\Omega-\omega)t} \right] =$$

$$= 3 \left[\cos(\Omega + \omega)t + \cos(\Omega - \omega)t \right]$$

$$\rightarrow 2 \left(\frac{3}{2} \right)^2 + \left(\frac{3}{2} \right)^2 e^{j2\Omega t} + \left(\frac{3}{2} \right)^2 e^{-j2\Omega t} = 2 \left(\frac{3}{2} \right)^2 + 4.5 \cos 2\Omega t$$

$$2 \left(\frac{1}{2} \right)^2 + 2 \left(\frac{3}{2} \right)^2 = 5$$

Linearität (3)

- Elektrische Schaltkreise aus R, C und L
- Verstärker und Filter
- Systeme aus Masse-Feder-Dämpfung
- Resonanz und Nullung
- Differentiation und Integration
- Ausbreitung von elektromagnetischen Wellen und Schallwellen in isotropen Medien

Alle Systeme die durch lineare Differential- oder Differenzengleichungen beschrieben werden können.

Linearität (4)

Linearität von Systemen ist nur innerhalb gewisser physikalischer Grenzen gegeben.

Werden diese Grenzen überschritten, verhalten sich Systeme nichtlinear bis sie begrenzt oder zerstört werden.

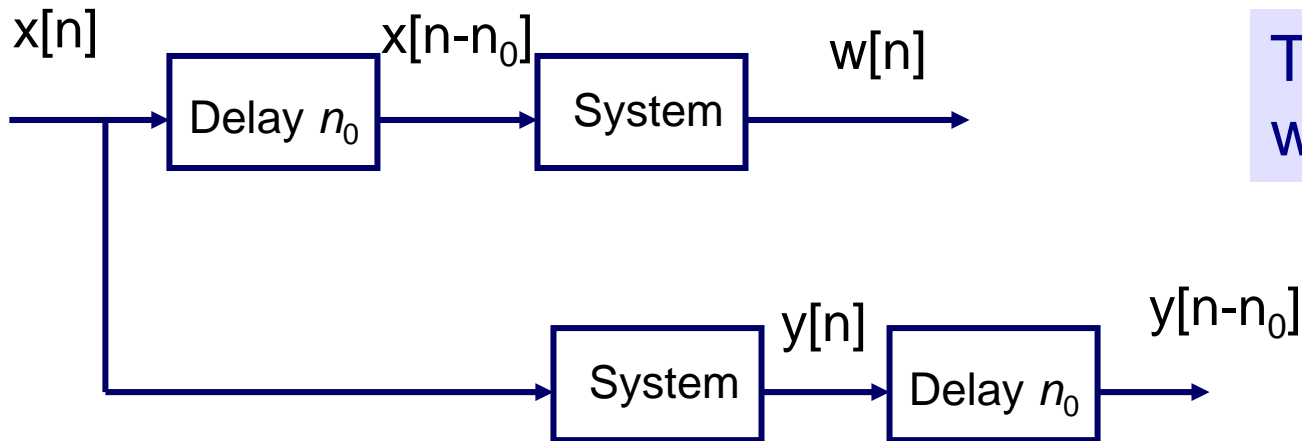
Nichtlinearität (2)

- Elektrische Leistung $P = RI^2$
- Elektronische Schaltungen wie Komparatoren, Schwellwertschalter, ...
- Effekte wie Begrenzen, nichtlineares Verstärken
- Magnetische Hysteresen
- Multiplikation von Signalen
- Digitale Logikgatter
- Ausbreitung von elektromagnetischen Wellen und Schallwellen in anisotropen Medien

Alle Systeme deren Beschreibung auf nichtlineare Differential- oder Differenzengleichungen führt.

Linear Time Invariant-Systeme

(L)TI wenn ein um n_0 verzögerter Eingang einen um n_0 verzögerten Ausgang bewirkt.



TI wenn:
 $w[n] = y[n-n_0]$

- Zeitunabhängige und zeitabhängige Systeme
- Dynamische und nichtdynamische Systeme
- Kausale und nichtkausale Systeme
- Konzentrierte und verteilte Systeme
- Zeitkontinuierliche und zeitdiskrete Systeme
- Analoge und digitale Systeme
- Stabile und nichtstabile Systeme